

**SERIE S - SESSION JUIN 2007 - France**  
**METROPOLITAINE - Exercice 3 de spécialité (énoncé)**

*La figure est proposée en annexe 1. Elle sera complétée tout au long de l'exercice.*

Dans le plan complexe, rapporté au repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $-5 + 6i$ ,  $-7 - 2i$  et  $3 - 2i$ . On admet que le point  $F$ , d'affixe  $-2 + i$ , est le centre du cercle  $T$  circonscrit au triangle  $ABC$ .

1. Soit  $H$  le point d'affixe  $-5$ . Déterminer les éléments caractéristiques de la similitude directe de centre  $A$  qui transforme le point  $C$  en le point  $H$ .
2. (a) Etant donnés des nombres complexes  $z$  et  $z'$ , on note  $M$  le point d'affixe  $z$  et  $M'$  le point d'affixe  $z'$ . Soient  $a$  et  $b$  des nombres complexes.  
Soit  $s$  la transformation d'écriture complexe  $z' = az + b$  qui, au point  $M$ , associe le point  $M'$ .  
Déterminer  $a$  et  $b$  pour que les points  $A$  et  $C$  soient invariants par  $s$ .  
Quelle est alors la nature de  $s$  ?  
(b) En déduire l'affixe du point  $E$ , symétrique du point  $H$  par rapport à la droite  $(AC)$ .  
(c) Vérifier que le point  $E$  est un point du cercle  $T$ .
3. Soit  $I$  le milieu du segment  $[AC]$ .  
Déterminer l'affixe du point  $G$ , image du point  $I$  par l'homothétie de centre  $B$  et de rapport  $\frac{2}{3}$ .  
Démontrer que les points  $H$ ,  $G$  et  $F$  sont alignés.

Première partie

Annexe 1

